

# Školenie učiteľov Šach a Matematika

Prístup k riešeniu problémov založený na (šachových) hrách



Erasmus+ Contract No. 2017-1-SK01-KA201-035424  
with EU financial support.



# OBSAH

1.	ÚVOD.....	3
2.	MATEMATIKA KURIKULUM.....	5
3.	ŠKOLENIE PRE VÝUČBU ŠACHU A MATEMATIKY .....	6
4.	ŠACH A MATEMATIKA.....	7
	4.1. RIEŠENIE PROBLÉMOV V ŠACHU A MATEMATIKE .....	7
	4.2. METÓDY ZJEDNODUŠENIA .....	8
	4.3. POLYA STRATÉGIA RIEŠENIA PROBLÉMOV.....	9
	4.4. KONKRÉTNÁ-OBRAZOVO-ABSTRAKTNÁ METÓDA.....	10
5.	NÁVRH ŠKOLENIA .....	11
	5.1. PRAKTICKÉ ÚVAHY .....	12
	5.2. GAMIFIKÁCIA.....	14
	5.3. TESTOVANIE VEDOMOSTÍ .....	15
6.	ZÁVER.....	15
	DODATOK.....	16

## 1. ÚVOD

Model práce v digitálno-robotickej budúcnosti sa zmení. Obyvatelia si budú musieť poradiť s novými ekonomickými modelmi, systémami a procesmi. Vedomosti a kvalifikácia budú menej dôležité ako schopnosť neustále sa prispôbovať novým podmienkam. Najvyhľadávanejší budú tí so schopnosťou zvládnuť odbor? Multi-profesní pracovníci budú musieť kriticky myslieť, riešiť problémy, spoznať systémy príčin a následkov, rovnako ako budú musieť sebedovodne komunikovať. Naliehavé ekologické a ekonomické výzvy vyžadujú, aby ľudia spolupracovali, komunikovali a riešili problémy.

Okrem toho, medzinárodní odborníci v pedagogike tvrdia, že deti by mohli vyťažiť omnoho viac zo školského vzdelania. Výrazné zameranie na matematiku a angličtinu väčšinu detí neinšpiruje. Neustále testovanie ničí práve to obdobie v ich životoch, ktoré by malo byť plodné. Posadnutosť tabuľkami a medzinárodným PISA hodnotením deformuje stratégiu? Našťastie existujú protikladné prúdy ľudí pracujúcich v oblastiach ako umenie, hudba, jazyky a šport, ktoré boli vytlačené z jadra kurikula. Napríklad International Baccalaureate (názov siete škôl, v ktorých sa vyučuje na základe programov zostavených IB, pozn. prekladateľa) stále vyžaduje od študentov aby sa zapojili do programu 'Kreativita, Aktivita, Služba'.

Tradičné učenie v triedach často nevyzbrojí študentov vedomosťami, ktoré potrebujú aby mohli prosperovať v tomto meniacom sa svete. Stolová hra, ktorá trénuje rozum v štruktúrovanom myslení, zlepšuje pamäť a uľahčuje sociálnu interakciu, by mohla byť v tomto novom prostredí ideálnym obohacujúcim nástrojom. Šach je tým pravým orechovým: môže byť využitý na rozvoj širokého spektra osobných a sociálnych zručností ako sú vizualizácia, kreativita, zameranie, spolupráca a medzi inými aj dobré spôsoby.

V školách by sa taktiež mohlo viac pracovať s hrami. Hraním hier deti získavajú skutočné uspokojenie a cieľ. Mozgy mnohých žiakov boli od útleho veku ovplyvňované neustálym vystavovaním digitálnym zariadeniam. Hranie hier vyžaduje riešenie série problémov, čo posilňuje ich snahu riešiť problémy. Mohla by existovať úrodnejšia pôda na zasatie inštruktívneho materiálu? Počítačové hry môžu byť pre školských pracovníkov neprijateľné, ale jedna hra slúži svojmu zámeru.

Šach je klasická stolová hra povšimnutia hodná pre jej intelektuálnu rozmanitosť a hĺbku. Empirické štúdie ukazujú, že deti, ktoré hrávajú túto abstraktnú strategickú hru si zlepšujú myslenie, plánovanie a schopnosti riešiť problémy ako aj ich celkový študijný výkon. A preto sa v poslednom desaťročí objavilo medzinárodné hnutie „školského šachu“.

Šach sa vyvíjal viac ako 1500 rokov aby spĺňal požiadavky spoločnosti. To, čo si tradične spájame so šachom - červené šachovnice, dlhonohé figúrky a hodiny - sú historické artefakty. Šach dnes nie je považovaný len za súťažnú stolovú hru: je to skôr hra, v ktorej interakcia figúrok, pohybov a pravidiel spolu s pod-množinami a náhodnými premennými prináša výzvy na riešenie zložitých problémov.

Vyššie zmienené dôvody viedli k hľadaniu úloh, ktoré by boli vhodné pre výučbu v triede. Pre tých, ktorí vedú hrať šach sú obzvlášť poučné štúdie miniatúrnych ukončení hry, matov a dôkazové hry. Nápady môžu byť vyjadrené v najjednoduchšej podobe v scenároch iba s pár

figúrkami, alebo pohybmi. Pre tých, ktorí šach nehrávajú sú najpriateľnejšie mini-hry obsahujúce pod-množiny šachových armád, pri ktorých dokonca jednoduchý cieľ, ako napríklad dosiahnutie druhej strany, môže vytvoriť strategicky bohatú hru. Stratégia v tomto kontexte znamená, že najlepší ťah jedného hráča je podmienený predpokladaným ťahom protihráča.

Cieľom projektu CHAMPS (Šach a matematika na základných školách) je rozvinúť novú kategóriu „šachovo-matematických“ úloh, v ktorých sú matematické hry a hlavolamy predstavené v šachovom formáte. Cieľom je vsadiť logiku a matematiku do situácií, v ktorých sú deti najviac vnímavé. Čo sa týka detí, keď už hrajú na šachovnici s figúrkami, skúšať klásť otázky z inej perspektívy nevnímajú ako prechod do obávaného predmetu matematiky. A naopak, niektoré hodiny matematiky môžu byť obohatené takýmito cvičeniami bez nutnosti byť šachový hráč.

Cieľom bolo nájsť 50 inštruktívnych problémov, ktoré môžu deti vyriešiť použitím šachovnice a figúrok ale- a tu je inováčná časť - tieto problémy nie sú šachové. Deti s potešením skúmajú matematické charakteristiky obmedzeného poľa - mriežka 8 x 8 s figúrkami, ktoré majú rôzne druhy ťahov a rôzne podmienky výhry. Toto je pedagogický prístup, ktorý sa dotýka oblastí matematiky, geometrie, kombinatoriky, teórie grafov, teórie hry a umožňuje vznik fascinujúcich problémov, zahŕňajúc okrem iného symetriu, diametrálny rozdiel, dlaždice a binárne násobenie. Narazili sme na zlatú žilu, ktorá spája hry, matematiku a zabávajúce sa deti.

Zásadnou podmienkou je uistiť sa, že materiály sú pochopiteľné nielen pre deti, ale aj pre ich učiteľov. Učitelia sa prirodzene necítia dobre pri takých činnostiach, pri ktorých môžu deti podať lepší výkon ako oni. Tomuto sa vyhneme poskytnutím komplexného manuálu pre učiteľov, ktorý vysvetľuje metódy riešenia a odpovede na každú z 50-tich úloh.

Tento projekt bol financovaný Európskou Úniou prostredníctvom ErasmusPlus. Partnermi projektu CHAMPS boli Slovenský šachový zväz (koordinátor), Šach v školách a komunitách (UK), Ludus (Portugalsko), Gironská Univerzita (Španielsko) a škola vo Veľkej Ide, Slovensko. Do projektu sa zapojili aj nasledovný jednotlivci: Carlos Santos, Carme Saurina Canals, Josep Serra, Mark Szavin, Stefan Löffler, Alessandro Dominici, Malcolm Pein, Chris Fegan, Zdenek Gregor, Eva Repková, Vladimír Szucs, Viera Klebusková, Niki Vrbová a Viera Haraštová. Vedúcim projektu bol Štefan Marsina.

John Foley  
Rita Atkins  
Jorge Nuno Silva

*Marec 2019*

## 2. MATEMATIKA KURIKULUM

Témy základných škôl korešpondujúce s knihou 50 Úloh sú nasledovné:

1. KOORDINÁTY, POZÍCIE, POHYBY, CERUZKA
2. PÁRNOSŤ, VIZUALIZÁCIA, CERUZKA
3. VZORY, TRIEDENIE, PORADIE, POSTUPNOSŤ, CERUZKA
4. PÁRNOSŤ, SYMETRIA
5. PÁRNOSŤ, SYMETRIA
6. ARITMETIKA, SYMBOLY, ROVNOSŤ, CERUZKA
7. GEOMETRIA, PRIESTOROVÁ PREDSTAVIVOSŤ, VÝPOČET, PRIESEČNÍK
8. VÝPOČET, HOLUBNÍKOVÝ PRINCÍP, MAXIMUM/MINIMUM
9. ARITMETIKA, POKUS A OMYL, VSTUP/VÝSTUP
10. VÝPOČET, SYMETRIA
11. GEOMETRIA, PRIAMKY, UHOL SKLONU, PRAVÍTKO
12. GEOMETRIA, PRIAMKY, UHOL SKLONU, PRAVÍTKO, CERUZKA
13. PRÁCA POSPIATKY OD CIEĽA
14. PÁRNOSŤ, CERUZKA
15. VÝPOČET
16. SYMETRIA
17. SYMETRIA, VÝPOČET
18. TVARY, SYMETRIA
19. VÝPOČET, VENNOV DIAGRAM, POKUS A OMYL
20. VÝPOČET, PÁRNOSŤ
21. DISJUNKCIA, ZJEDNOTENIE MNOŽÍN, SYMETRIA
22. LOGIKA
23. PRIAMKY, UHOL SKLONU, POKUS A OMYL
24. VÝPOČET, PRIESTOROVÁ PREDSTAVIVOSŤ
25. VÝPOČET, PRIESTOROVÁ PREDSTAVIVOSŤ
26. LOGIKA, INFORMÁCIE, STROMOVÉ GRAFY
27. SYMETRIA, PRÁCA POSPIATKY OD CIEĽA
28. TVARY, PÁRNOSŤ
29. POKUS A OMYL, SYMETRIA, NÁSOBKY, ROZDEĽ ABY SI DOBYL
30. VÝPOČET, POKUS A OMYL
31. GEOMETRIA, MERANIE VZDIALENOSTÍ, UČÍME SA JEDEN OD DRUHÉHO
32. SYMETRIA, NÁSOBKY
33. SYMETRIA, NÁSOBKY, SILA
34. SYMETRIA, NÁSOBKY, STROMOVÉ GRAFY, PRÁCA POSPIATKY
35. SYMETRIA, REPREZENTÁCIA
36. SYMETRIA, PÁRNOSŤ, PRÁCA POSPIATKY
37. VÝPOČET, PASKALOV TROJUHOĽNÍK
38. VÝPOČET, PASKALOV TROJUHOĽNÍK
39. VÝPOČET, PASKALOV TROJUHOĽNÍK
40. ROZKLAD PLOCHY NA ŠTVORCE, POKUS A OMYL
41. ROZKLAD PLOCHY NA ŠTVORCE, VÝPOČET, POKUS A OMYL, MERANIE PLOCHY, DRUHÉ MOCNINY ČÍSEL
42. VÝPOČET, POKUS A OMYL
43. VÝPOČET, POKUS A OMYL
44. VÝPOČET, TVARY, ARITMETIKA, PRÁCA S INFORMÁCIAMI V TABUĽKE
45. LOGIKA, PRÁCA S INFORMÁCIAMI V TABUĽKE
46. VÝPOČET, POKUS A OMYL, SYMETRIA
47. VÝPOČET, POMER, PRÁCA S INFORMÁCIAMI V TABUĽKE
48. EXPONENCIÁLNY RAST, GEOMETRICKÁ POSTUPNOSŤ
49. VÝPOČET, TVARY, PRÁCA S INFORMÁCIAMI V TABUĽKE
50. VÝPOČET, SYMETRIA, UHLY

### 3. ŠKOLENIE PRE VÝUČBU ŠACHU A MATEMATIKY

Cieľom tohto dokumentu je ukázať zamýšľané princípy Certifikátu školského šachového inštruktora pre tých, ktorí si želajú:

- vyučovať šach aby obohatili matematiku a/alebo
- primárne používať šach ako edukačný nástroj na výučbu matematiky.

V ideálnom prípade bude tento certifikát uznávaný vo všetkých krajinách EU a tým zabezpečí vysoko požadovanú kvalifikáciu medzi učiteľmi, ktorí sa snažia o neustály profesijný rozvoj.

Majúc na pamäti tento prístup, zozbierali sme materiály z celého sveta týkajúce sa šachu, matematiky a riešenia problémov. Materiály CHAMPS tímu boli kriticky posúdené expertmi na vzdelávanie.

#### **Aká šachová znalosť je potrebná?**

Na riešenie šachových a matematických problémov sa vyžaduje minimálna znalosť šachu:

- základy šachovnice: stĺpec, rad a pomenovanie polí
- ako sa figúrky pohybujú a ako ich zobrať
- koncept „kontrola poľa“ a „útočenia na figúrku“
- výmenná hodnota figúrok (v aritmetických cvičeniach)
- (v niektorých cvičeniach) šach a šachmat

#### **Rozvíjanie kompetencií**

So šachom a matematikou môžeme rozvíjať mnoho matematických kompetencií.

Všeobecné kompetencie sú:

- analytické myslenie
- strategické myslenie
- rozpoznávanie vzorov
- priestorové vnímanie

Navyše, špeciálne zacielené sú nasledujúce kompetencie:

- párnosť ako pomoc pri riešení problémov
- pochopenie stredovej a osovej súmernosti
- uplatnenie princípov logiky
- výpočet a systematické počítanie
- zber a práca s informáciami v tabuľke

## 4. ŠACH A MATEMATIKA

Tradičné šachové a matematické úlohy sa bežne klasifikujú ako spadajúce do oblasti rekreačnej matematiky. Sú súčasťou mnohých matematických odborov, napríklad:

- Logika: analýza uvažovania
- Geometria: vlastnosti priestoru, tvarov a veľkosti objektov
- Kombinatorika: počítanie a uvádzanie elementov v konečnom usporiadaní
- Teória grafov: štúdium grafov (množina uzlov spojených hranami)
- Teória hry: veda o stratégii a prijímaní rozhodnutí

Geometria je pole, ktoré je najviac späté s učebnými plánmi základných škôl, takže je na mieste otázka: existujú nejaké dôvody pre ktoré by sme mali používať šachové a matematické problémy na základných školách? Sme presvedčený, že existuje niekoľko dôležitých dôvodov:

- 1) Deti, ktorým je šach dôverne známi sa taktiež cítia príjemne pri práci so šachovými motívmi.
- 2) Obrovské množstvo matematických problémov môže byť prezentované na šachovnici s alebo bez šachových figúrok.
- 3) Učenie založené na hraní, zahŕňajúc matematické hry, je oblasťou s rastúcou dôležitosťou, berúc do úvahy aký dobrý vzťah majú deti k hraniu hier.
- 4) Keďže pre Šach a Matematiku je potrebných veľmi málo šachových znalostí, dúfame, že veľa učiteľov uvíta tieto cvičenia vo svojich triedach.

### 4.1. RIEŠENIE PROBLÉMOV V ŠACHU A MATEMATIKE

Veľa národných učebných osnov uvádza, že matematika je o riešení problémov. Je nevyhnutne potrebné, aby sme kládli dôraz na tento aspekt použitia Šachu a Matematiky v triedach základných škôl. Je nutné vstúpiť do bádateľského myslenia všetkým žiakom a zlepšovať základné kompetencie mentálnych stratégií ako sú vizualizácia a spoznávanie vzorov.

Vo všeobecnosti existujú dva rozdielne prístupy k matematického rozvoju: inštrumentálne chápanie a relačné chápanie. Inštrumentálne chápanie je o poznaní matematického pravidla a o schopnosti použiť ho. Relačné chápanie je o použití matematického pravidla a taktiež o porozumení tomu, prečo funguje. Naším cieľom je rozvíjať relačné chápanie matematických konceptov a to môže uľahčiť premyslená prezentácia šachu a matematiky.

## 4.2. METÓDY ZJEDNODUŠENIA

Šach je bohatá „nízko-prahová“ hra s „vysokým stropom“<sup>1</sup>, ktorú môžeme hrať a tešiť sa z nej na mnohých rozdielnych úrovniach. Bez ohľadu na skúsenosti a kvalitu hry si pri nej každý môže užiť zábavu a nájsť v nej zmysel. To je v kontraste so „šachovými a matematickými“ problémami, ktoré môžu byť vo svojej podstate náročné a zvyčajne nie sú určené pre triedy základných škôl. Na druhej strane, vhodne vybrané cvičenia poskytujú bohatý zdroj otázok, ktoré môžu byť prebádané z mnohých rozličných uhlov.

Výzvou pre učiteľa je vziať vysoko-potencionálne šachové a matematické problémy a na mieru ich prispôsobiť pre mladšie publikum ako nízko-prahové aktivity. Najmenej komplikovaným spôsobom zjednodušenia problému je jeho čiastkové riešenie. Podľa Pólya: „Ak nemôžete vyriešiť problém, potom existuje jednoduchší problém, ktorý môžete vyriešiť: nájdite ho.“

Toto môžete uplatniť takmer pri každej otázke, napríklad:

- Nie je potrebné snažiť sa hrať s piatimi dominantnými dámami - namiesto toho odhaľte pozície štyroch dám a dajte žiakom za úlohu umiestniť na šachovnicu piatu dámu.
- Zahrajte iba posledných pár ťahov v hre. Napríklad, v hre Kízávé veže kĺzajte veže spolu v radoch 1-6 a hrajte iba v radoch 7 a 8.
- Hrajte hru proti žiakovi s perfektnou technikou a tak odhaľte stratégiu výhry.

Kladenie vodiacich otázok a poskytovanie bližších informácií sú taktiež užitočné metódy zjednodušenia. Úvodné otázky, ktoré pozvoľna predstavujú problém poskytujú dobrý východiskový bod. Zvyšujú záujem študentov a môžu podporiť ich odvahu a ochotu detailnejšie sa popasovať s problémom.

---

<sup>1</sup> Termín pôvodom od Seymour Papert (1980), spopularizovaný NRich matematickým projektom aktívnej pomoci Univerzity Cambridge.



### 4.3. PÓLYOVA STRATÉGIA RIEŠENIA PROBLÉMOV

Goerge Pólya bol známym maďarským matematikom a učiteľom (1887-1985). Rozsiahlo písal o riešení problémov, menovite v jeho povestnej knihe *How to Solve it (Ako to vyriešiť)*. Pólyova šesť-kroková stratégia riešenia problémov sa dá uplatniť v matematike, rovnako ako v iných vedných odboroch. Pre žiakov môže byť užitočné naučiť sa a používať tieto stratégie:

1. Pochopiť problém. Musíme mať jasne zadanú počiatočnú situáciu a požadovaný cieľ.
2. Určiť plánovaný postup. Aké zdroje použijete, ako ich použijete a v akom poradí? Aké stratégie uplatníte?
3. Predídte neželaným výsledkom vyplývajúcim z vykonania vášho plánovaného postupu. Vráťte sa ku krokom 1 alebo 2, ak výsledkom vášho postupu je vznik závažných problémov.
4. Vykonajte váš plánovaný postup jasným, premysleným spôsobom.
5. Skontrolujte či ste dosiahli požadovaný cieľ. Ak problém nebol vyriešený, vráťte sa ku krokom 1 alebo 2. Úvaha, ktorú ste si precvičili v kroku 4, zvýšila vašu odbornosť a môžete prísť na vhodnejší plánovaný postup. V tomto bode sa taktiež môžete rozhodnúť prestať na probléme pracovať.
6. Analyzujte výsledky, ktoré ste dosiahli. Uvažujte nad tým, čo ste sa vyriešením tohto problému naučili. Vaše odborné znalosti môžete využiť pri budúcich problémoch!

## 4.4. KONKRÉTNĀ-OBRAZOVO-ĀBSTRAKTNĀ METĀDA

V 50tich Úlohách sme postupovali podľa všeobecne schvaľovanej Konkrétnej-obrazovo-abstraktnej metódy. Táto metóda je ústredná pre Singapurskú metódu pre výučbu matematiky, ktorá sa v medzinárodných porovnaníach ukázala ako úspešná.

### **Konkrétne fáza**

Každý abstraktný koncept je najskôr predstavený použitím fyzických materiálov ako je šachovnica, šachové figúrky, farebné alebo očíslované disky, tvary pre ukladanie šachovnice a veľa ďalších. Predstavenie konceptu konkrétnym a hmatateľným spôsobom deťom umožňuje preskúmať problém pomocou voľnej hry, umožňuje im ujasniť si rozporuplné body, priblížiť sa riešeniu a komunikovať o všetkých týchto nápadoch s ich spolužiakmi.

Konkrétnej fáze v IO1 sme venovali dôkladnú úvahu. K dispozícii sú odporúčania pre vykonávanie týchto aktivít osamote, v pároch alebo menších skupinkách. Pred konkrétnou fázou začína veľa problémov diskusiou vedenou učiteľom.

### **Obrázková fáza**

Obrázková fáza je ďalším krokom v pátraní. Zväčša ide o prácu s ceruzkou a papierom na výtlačkoch prázdnych šachovnic alebo šachových pozícií. Pár cvičení začína hneď Obrázkovou fázou. Putovanie veže je príkladom, v ktorom je konkrétna fáza vynechaná, pretože by poskytla malú pridanú hodnotu a pravdepodobne by žiakov poplietla keďže sledovanie pohybov veže je na fyzickej šachovnici náročné. Vypĺňanie čiastočne dokončených tabuliek je ďalším príkladom Obrázkovej fázy ako v hre „Náhodná prechádzka kráľom“ a „Koľko obdĺžnikov je na šachovnici“.

### **Abstraktná fáza**

Abstraktná fáza je často vyhradená pre diferenciaciu a je vo forme rozširujúcej úlohy. Abstraktné matematické uvažovanie je zväčša presahuje rámec chápania detí základných škôl. Preto, ak úplné dokazovania problémov sú považované za príliš náročné pre cieľový vek, nie sú zadávané.

## 5. NÁVRH ŠKOLENIA

Po kritickom preskúmaní medzinárodných materiálov, CHAMPS tím vytvoril skúšobné jednodňové školenie, ktoré prebehlo pod patronátom Európskej Šachovej Únie v Londýne v decembri 2018. Zo 14 účastníkov školenia bolo 11 z Európy a 3 z USA. Väčšina účastníkov boli učitelia základných škôl, zvyšný účastníci zahŕňali šachových trénerov a organizátorov šachového vzdelávania. Jednalo sa o celodenné školenie vedené dvomi inštruktormi, Rita Atkins a John Foley. Účastníci ukončili školenie vyplnením testu.

### Časový harmonogram školenia

10:00 Začiatok školenia

- Úvod a skupinová diskusia
- Problémy začiatočníkov
- Prispôsobenie problémov pre mladé publikum
- Matematické mini-hry

13:00 Obed

- Vizualizácia matematiky
- Logické hlavolamy
- Riešenie problémov
- Náročnejšie úlohy
- Pohľad na pokročilé témy

16:00 Test

17:30 Koniec školenia

Spätná väzba z tohto školenia nám pomohla vycibriť pedagogický prístup. Nasledujúca časť sumarizuje praktické skúsenosti získané skúšobným školením.

## 5.1. PRAKTICKÉ ÚVAHY

### **Dĺžka školenia**

Množstvo materiálov obsiahnutých v knihe 50 Úloh a detailne vypracované Metódy Riešenia vyžadujú dvojdenne školenie učiteľov. Predchádzajúce školenie na zvládnutie šachu sa odporúča tým učiteľom, ktorý sa s touto hrou nikdy nestretli.

### **Vysvetlenie spojitosti medzi šachom a matematikou**

Pre učiteľov bolo na začiatku nápomocné do určitej hĺbky preskúmať spojitosť medzi šachom a matematikou. V tútorom vedenej diskusii sme zostavili zoznam matematických pojmov obsiahnutých v šachu. Diskutovali sme o tom či by šach mohol pomôcť s rozvojom matematických zručností. Dôležitou témou, diskutovanou v skupinách, bolo či a ako matematické školenie zlepšuje porozumenie šachu.

### **Prezentovanie cvičení**

Je dôležité byť schopný správnym spôsobom prezentovať každé cvičenie. Vždy začnite jednoducho a potom postupne zvyšujte úroveň obtiažnosti. Učitelia by nemali váhať začať s dokonca jednoduchšími materiálmi, ako tými spomenutými v cvičení. Uistite sa, že trieda rozumie základným prvkom pred tým ako ich necháte začať s riešením.

### **Vedomosti učiteľa**

Učiteľ musí úplne rozumieť každému z cvičení, aby bol schopný efektívne ich prezentovať triede. To znamená, že učitelia by mali ovládať základné pravidlá hrania šachu. To im zabezpečí dôveryhodnosť u detí alepší mieru odozvy.

### **Veková skupina**

Každé cvičenie má indikovanú vekovú skupinu, v ktorej sa od žiakov môže očakávať, že sa pokúsia úlohu vyriešiť, berúc do úvahy matematickú látku a stupeň náročnosti. Ak je téma rozvíjaná s citom, potom môžu byť deti schopné vyriešiť problémy pre staršie vekové skupiny.

### **Nie o šachu**

Školenie nie je o matematike spojenej s hraním šachu. Nezahŕňa analytickú stránku šachu: vyrovnanosť materiálov, nevýhoda ťahu, kráľovská geometria atď. Napríklad, nie je relevantné či má dáma hodnotu 9 bodov alebo 10 bodov s výnimkou pohodlnosti počítania v aritmetických cvičeniach.

### **Obmedzenia obsahu školenia**

Obsah kurzu je obmedzený na školenie vzdelávacích pracovníkov. Školenie neprezentuje výsledky vedeckých skúmaní šachu ako pedagogického nástroja vo výučbe matematiky. Zameranie kurzu sa prejavuje v 50tich vybraných úlohách, ktoré predstavujú najviac odporúčané aktivity respondentov z celej Európy. Školenie nie je súčasťou výskumného projektu, takže sa hlbšie nezaobrá tým, ako šach pomáha rozvíjať matematické zručnosti, ani ako matematické školenie môže zlepšiť porozumenie šachu.

## **Riešenie problému**

Podrobne sme diskutovali o Metódach riešení problémov. Dospeli sme k užitočným záverom, z ktorých mnohé sú zobrazené v častiach Metódy riešení k týmto 50tim Úlohám. Tu je zoznam najvýznamnejších metód riešení problémov, ktoré sme našli pre Šach a matematiku:

- hľadajte východiskový bod
- metóda pokusu a omylu
- vytvorte zoznam všetkých možných výsledkov
- eliminujte nemožné výsledky
- pracujte spätne od riešenia
- zadajte informácie do tabuľky
- riadte sa pravidlom

## **Konkrétne verzus abstraktné**

Účastníci školenia preferujú konkrétne aktivity, ktoré vyžadujú iba obmedzené množstvo predchádzajúcich informácií. Problémy, ktoré vyžadovali vysokú úroveň abstrakcie, ako tie zahŕňajúce matematické dokazovanie, neboli tak dobre prijaté. Rozhodli sme sa vynechať, alebo skrátiť zopár náročných tém ako sú výprava jazdcom, ukladanie tetromina, ukladanie s ekvivalentných tvarov a Napierovu binárnu aritmetiku. Tieto témy budú vhodnejšie pre úpravu pre stredné školy. Praktické problémy, pri ktorých boli účastníkom poskytnuté materiály (papier, ceruzka, pravítko, žetóny, atď.) vyvolali väčší záujem ako tie cvičenia, ktoré boli abstraktné alebo myšlienkové pokusy.

## 5.2. GAMIFIKÁCIA

Dôležitým pozorovaním zo skúšobného Školenia bolo, že každému sa páčilo hranie hier na šachovnici. Aby sme mohli pokračovať v školení, zvyčajne sme museli prerušiť ich hry, keďže každý chcel v hraní pokračovať. Hry sprevádzali vášnivé debaty a účastníci sa navzájom veľa naučili. Za predpokladu, že dospelým sa tak veľmi páčili šachové a matematické hry, boli sme presvedčení o tom, že deti budú ich čaro vnímať rovnako. Preto sme sa rozhodli pre gamifikáciu toľkých problémov, koľkých bude možné.

### **Spracovanie úloh do hier**

Hry založené na šachu a matematike sa ukázali ako veľmi populárne a tak veľa z nich bolo ponechaných v knihe 50 Úloh. Našou prioritou sa stala gamifikácia tak veľa úloh ako bude možné. S trochou predstavivosti môže byť takmer každá úloha byť gamifikovaná.

Hry majú v živote detí špecifickú úlohu: je to ich hlavný druh činnosti. Účasť v hre je spájaná s pozitívnymi pocitmi radosti, vzrušenia a uvoľnenia. Hra sa zdá byť prirodzeným a zábavným spôsobom získavania vedomostí a osvojovania si nových mentálnych procesov. Určité vzdelávacie teórie, ako Waldorfské školy, považujú hru za ich hlavnú učebnú metódu. Podnetný charakter hry, spôsob akým zvyšuje zapájanie sa žiakov a ako ich prirodzene núti používať rôzne schopnosti, by mohli byť dôvody, pre ktoré šach a matematika získajú pevnú základňu na základných školách.

Vzdelávanie má veľa cieľov a existuje obrovské množstvo výskumov zaoberajúcich sa učením založeným na hre. Niektoré kľúčové body v prospech učenia založeného na hre verzus tradičné metódy:

- Vnútoraná motivácia: žiaci sa zapájajú, pretože milujú hranie.
- Presun učenia z prostredia hry do iných prostredí.
- Učenie sa niektorých všeobecných stratégií pre riešenie problémov.
- Hry poskytujú úžasné prostredie pre výpočtové myslenie.
- Vysoký stupeň angažovanosti, pretože žiak chce vyhrať.
- Hry vytvárajú prostredie, v ktorom môže jedinec komunikovať s ďalšími ľuďmi a rozvíjať tak určité sociálne zručnosti.
- Žiaci vedia myslieť kriticky a dôkladne a hlavne nekonvenčne.

### 5.3. TESTOVANIE VEDOMOSTÍ

Na konci skúšobného školenia bol účastníkom daný test pozostávajúci z osem otázok s možnosťami a troch otvorených otázok. Otázky úzko odzrkadľovali obsah školenia. Zatiaľ čo otázky s možnosťami predstavovali pre účastníkov malý problém, veľa ľudí považovalo otvorené otázky za pomerne náročné. Matematický aspekt otázok číslo deväť a desať znepokojil pár účastníkov a ďalší s obmedzenou plynulosťou v anglickom jazyku zápasili s otázkou jedenásť, ktorá bola v štýle eseje. Hoci test bezpochyby nebol jednoduchý, boli sme nadšení, že každý ho úspešne zvládol.

Test, ktorý bol účastníkom na konci školenia daný, sa ukázal ako príliš náročný pre učiteľov základných škôl. Oceňujeme, že účastníci kurzu museli prejsť trnistou cestou učenia. Test bol vhodnejší pre učiteľov detí, ktoré sú svojimi schopnosťami na vyššej úrovni na základnej škole alebo sú vo veku 11 rokov a viac. Úpravami ako prispôsobenie otvorených otázok bude test vhodnejší pre štandardné testovanie učiteľov základných škôl.

Účastníci skúšobného školenia nám poskytli cennú spätnú väzbu o jeho obsahu a celkovom prevedení. Vo všeobecnosti sa účastníkom kurz páčil a prisľúbili používanie materiálov a techník na obohatenie ich hodín matematiky alebo oživenie výučby šachu. Pilotné testovanie bolo nesmierne užitočné pri finalizácii 50tich úloh. Väčšina úloh bola zachovaná, niektoré boli zjednodušené a zopár ich bolo vynechaných. Finálny súbor úloh bol opakovane vylepšovaný, aby bolo zaistené, že úlohy sú pre učiteľov vhodné na použitie a pre deti inštruktívne. Každý učiteľ bude mať svoj vlastný spôsob prezentovania materiálu.

Test a Schéma hodnotenia sú priložené v Dodatku.

## 6. ZÁVER

CHAMPS projekt poskytol rozhodujúce preniknutie do podstaty typov šachových a matematických úloh, aby vyhovovali záujmom a spôsobilostiam učiteľov základných škôl a zároveň poskytovali deťom inštruktívne matematické problémy a metódy riešenia. Sme spokojní, že odporúčaný rozsah cvičení zahrnutých v knihe 50 úloh bol testovaný v triedach a tréningových miestnostiach. Kvalita materiálov je dostatočne vysoká, aby bola dôvodom na začlenenie do matematických osnov akejkoľvek základnej školy 50 úloh predstavuje vhodný základ pre školenie.

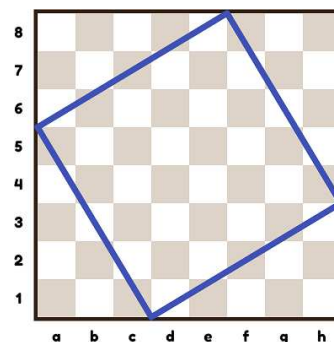
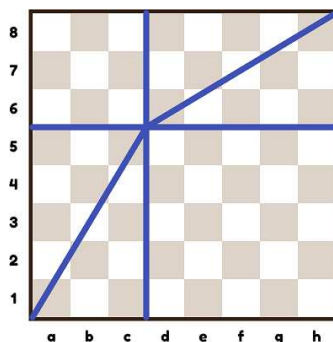
## Test skúšobného školenia šachu a matematiky

Čas: 40 minút

Meno:

Pre otázky 1-8 zakrúžkuj správnu odpoveď. Iba jedna odpoveď je správna.

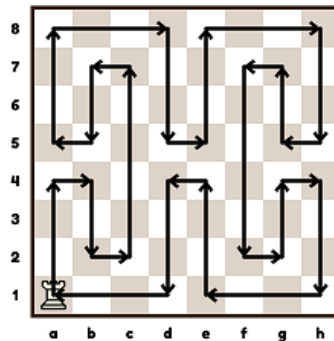
- Zdôvodnite prečo sú matematické problémy na šachovnici skvelým učebným nástrojom.
  - Tieto problémy úzko súvisia s učebnými plánmi matematiky na základných školách.
  - Deti, ktorým je šach dôverne známi sa cítia príjemne pri práci so šachovými motívmi.
  - Pre uľahčenie učenia matematiky je nevyhnutné, aby sa deti učili ako sa hrá šach.
  - Aby sa deti naučili teóriu grafov.
- Aká šachová znalosť NIE je požadovaná pri riešení matematických problémov na šachovnici?
  - Pohyby figúrok
  - Patová situácia
  - Koncept kontroly poľa
  - Ako figúrky vyhadzujú
- Ktorá známa matematická teória je znázornená na týchto diagramoch?
  - Pytagorova veta
  - Súčet prvých  $n$  nepárnych čísel rovná sa  $n^2$
  - Veľká Fermatova veta
  - Veta o prvočíslach



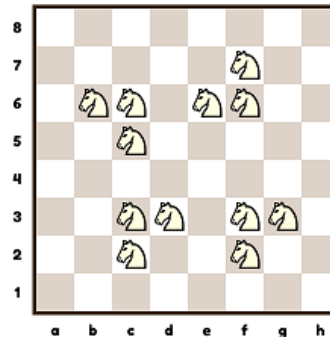
- Ktorý je JEDINÝ zjednodušujúci trik
  - Metóda pokusu a omylu
  - Hľadať východiskový bod
  - Pracovať spätne od riešenia
  - Čiastočne-vyriešiť



5. Ktoré z tvrdení o diagrame je PRAVDIVÉ?

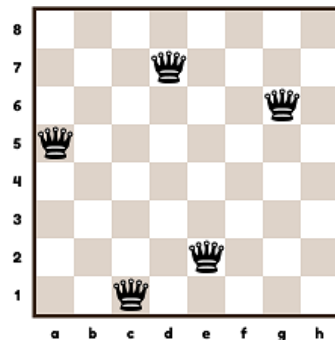


- A) Toto je zatvorená výprava vežou, ktorá vyžaduje 28 ťahov.
  - B) Toto je otvorená výprava vežou, ktorá vyžaduje 28 ťahov.
  - C) Toto je zatvorená výprava vežou, ktorá vyžaduje minimálny počet ťahov.
  - D) Toto je otvorená výprava vežou, v ktorej existuje rovnaký počet horizontálnych a vertikálnych ťahov.
6. Dvanásť jazdcov môže ovládať šachovnicu. Na diagrame bol jeden z jazdcov umiestnený na nesprávne pole. Ktorý to je a kde by mal ísť tak, aby jazdci napádali každé voľné pole šachovnice?

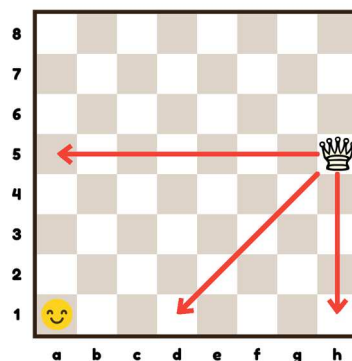


- A) Jazdec z f7 musí ísť na g6.
- B) Jazdec z f2 musí ísť na f4.
- C) Jazdec z d3 musí ísť na b3.
- D) Jazdec z c6 musí ísť na a6.

7. Na šachovnici môže byť umiestnených osem nezávislých dám. Umiestnite zvyšné tri dámy tak, aby žiadna z dám nemohla napadnúť inú.



- A) b3, f8 a h4  
 B) b8, f4 a h3  
 C) b8, f4 a h1  
 D) b3, f4 a h8
8. Stretli sme sa s Hrou Wythoff: 'Wythoffova dáma je šachová dáma obmedzená pohybovať sa iba na juh, západ alebo juhozápad. Začínajúc s jednou dámou na h5, hráči sa pri ťahaní striedajú. Hráč, ktorý prvý dosiahne pole a1 vyhráva.

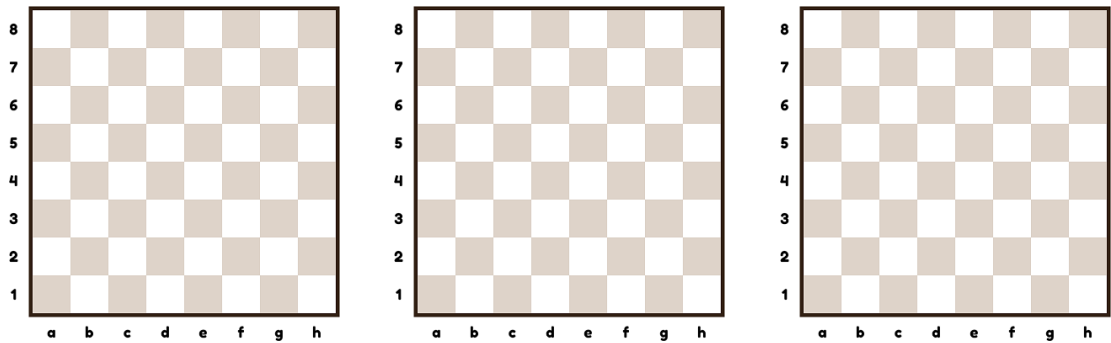


Dáma sa môže pohybovať ľubovoľný počet polí v smere šípok.

Ktoré z tvrdení o výhernej stratégii je PRAVDIVÉ?

- A) Hráč musí s dámou zastať na jednom z troch bezpečných polí, aby vyhral  
 B) Stratégia prvého hráča je výherná.  
 C) Dáma začínajúca na g5 by nezmenila výsledok hry (predpokladajúc optimálnu hru)  
 D) Ak hráč ťahá dámou na b3 alebo c2, on alebo ona môže vyhrať

9. Existuje veľa spôsobov usporiadania šachovnice so 16 štvorcami. Nájdite tri odlišné riešenia. Riešenia, v ktorých je rovnaký súbor štvorcov znovu usporiadaný, počíta sa ako jedno riešenie.



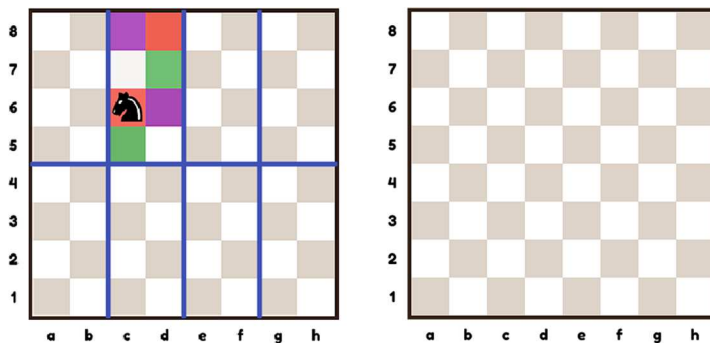
10. Toto je hra, o ktorej sme diskutovali:

Prvý hráč umiestni jazdca na šachovnicu. Druhý hráč ťahá jazdcom na ďalšie pole. Striedajú sa v ťahaní jazdcom na akékoľvek pole, na ktorom predtým nebol. Hráč, ktorý môže urobiť posledný ťah vyhráva.

Na šachovnici sme nakreslili mriežku tak ako znázorňuje diagram. Kľúčom bolo urobiť ťah vo vnútri oblasti určenej touto mriežkou zakaždým, keď protihráč ťahá jazdcom do tejto oblasti.

- A) Prvý hráč začína hru umiestnením jazdca na pole na šachovnici. Stratégia ktorého hráča je výherná, prvého alebo druhého?

.....



- B) Teraz hráme hru s kráľom:

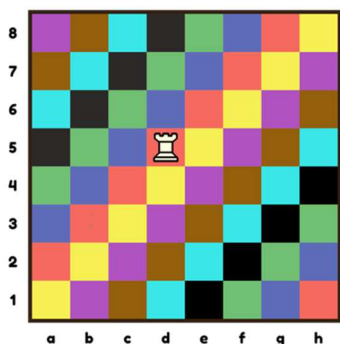
Prvý hráč umiestni kráľa na šachovnicu. Druhý hráč ťahá kráľom na ďalšie pole. Striedajú sa v ťahaní kráľom na akékoľvek pole, na ktorom predtým nebol. Hráč, ktorý môže urobiť posledný ťah vyhráva.

Nájdite výhernú stratégiu pre túto hru. Nakreslite na šachovnici mriežku, aby ste demonštrovali Vašu odpoveď. Vašu stratégiu vysvetlite nižšie.

.....

11. Tu je dobre známy problém s maľovaním:

Želáme si vymaľovať každé pole šachovnice. Veža je umiestnená na poli na šachovnici, ktoré je vymaľované konkrétnou farbou. Pri každom ťahu, ktorý môže veža urobiť, musí zstať na poli, ktoré má inú farbu ako pole, z ktorého prišla. Veža môže začať z akéhokoľvek poľa. Aký je minimálny počet farieb, ktoré potrebujete na vymaľovanie šachovnice?

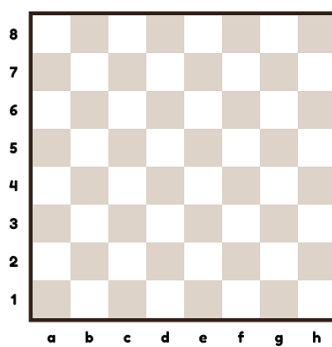
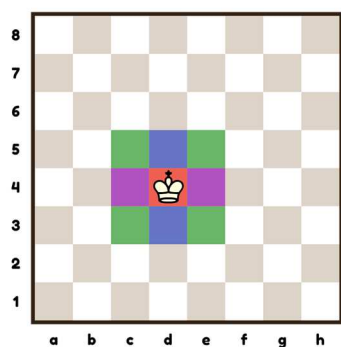


Odpoveď: stačí osem farieb tak, ako ukazuje diagram.

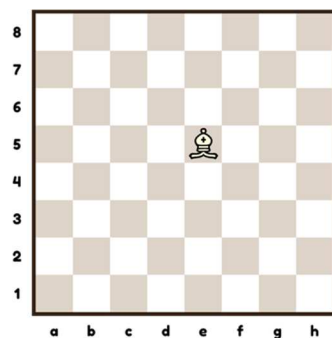
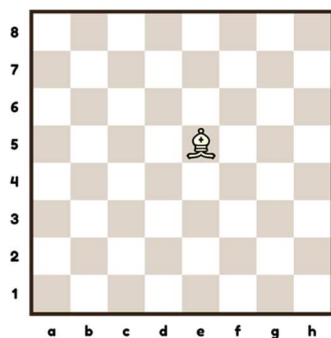
Tento problém môže byť nastolený aj pre ďalšie figúrky.

A) Aký je minimálny počet farieb, ktoré potrebujete pre jazdca?

.....



B) Vyriešte problém, ak sa jedná o strelca. Polia buď vymaľujte, alebo použite čísla na reprezentovanie farieb vo Vašej odpovedi.



C) Vašou úlohou je naučiť triedu desať ročných žiakov problematiku maľovania pre kráľa. Vysvetlite ako by ste predstavili problém a aké učebné pomôcky by ste použili. Spomeňte akékoľvek zľahčujúce triky a triky na vyriešenie, ktoré by ste mohli použiť pri vysvetľovaní. Poskytnite tak veľa detailov, ako je potrebné. Nižšie sú dva diagramy, ktoré môžete využiť.

.....

.....

.....

## Skúšobné školenia šachu a matematiky

### Schéma hodnotenia

Celkový počet bodov je 36. Počet bodov potrebný na úspešné zvládnutie je 18 alebo viac. Každá otázka s možnosťami je ohodnotená 2 bodmi. Iba jedna odpoveď je správna.

1. B

2. B

3. A

4. D

5. A

6. B

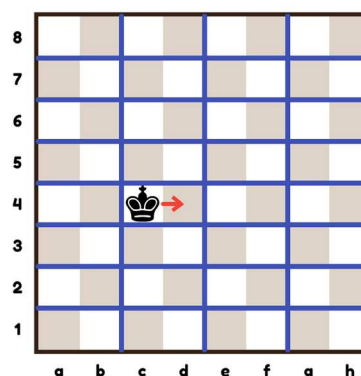
7. A

8. D

9. Existuje osem odlišných riešení. Ľubovoľné tri sú odmenené 2 bodmi za každé.

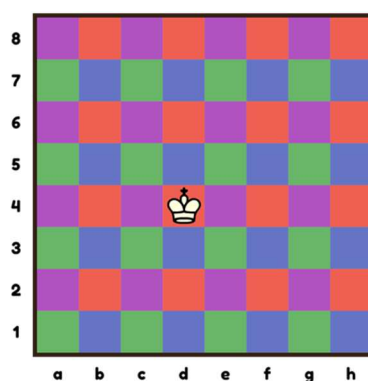
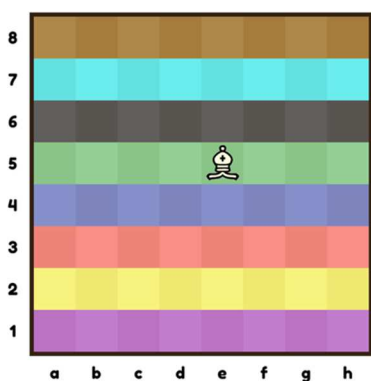
10. A) Druhý hráč vyhráva (2 body)

B) Mriežka 2x1 ako znázornená na diagrame (2 body). Stratégia druhého hráča je výherná. (1 bod). Musí ťahať vo vnútri oblasti určenej touto mriežkou zakaždým, keď protihráč ťahá jazdcom do tejto oblasti. (1 bod)



11. A) Dve farby (1 bod).

B) Osem farieb postačuje. Vymaľovaný buď každý rad alebo každý stĺpec inou farbou. (2 body)



C) Správne vymaľované riešenie, ktoré je znázornené na diagrame je ocenené 2 bodmi. Maximálne 3 body navyše môžu byť udelené ak sú primerane zodpovedané úvodné metódy, metódy zjednodušenia a riešenia problémov. Niektoré príklady:

1. Uvedenie dobrého východiskového bodu.
2. Nechať deti použiť farebné žetóny na vyplnenie šachovnice.
3. Požiadať ich, aby nepoužili viac ako štyri rozdielne farby.
4. Hovoriť o výslednom farebnom vzore.
5. Práca na výtlačkoch prázdnej šachovnice a farebné ceruzky.